УДК 533.75

ОПИСАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ "КОНЦЕНТРИРОВАННЫЙ ПОТОК ЭНЕРГИИ – МЕТАЛЛ"

В.И. Бойко, Ю.В. Данейкин, К.В. Юшицин

Томский политехнический университет
E-mail: ukv@phtd.tpu.edu.ru

Предложена модель описания параметров состояния металлов, испытывающих мощное энергетическое воздействие. Показана работоспособность модели в широком диапазоне изменения плотностей и температур. Фундаментальность физических принципов положенных в основу модели, позволила получить новые результаты при рассмотрении классических задач гидродинамики.

Развитие систем генерации сильноточных электронных пучков, мощных импульсных пучков ионов, лазерного излучения создало уникальную возможность получения новых видов воздействия концентрированных потоков энергии (КПЭ) на материалы. Процессы, сопровождающие взаимодействие КПЭ с веществом, могут использоваться для решения большого числа научных и технологических задач, в том числе: получение сверхплотной плазмы инерциального термоядерного синтеза; модификация прочностных, триботехнических, антикоррозийных свойств металлов и сплавов; синтез новых композиционных материалов, включающих метастабильные фазы и соединения; получение тонких пленок и покрытий посредством осаждения абляционной плазмы; разрушение и резка твердых материалов. Детально области применения КПЭ рассмотрены в монографии [1] и обзоре [2], а также в библиографии к ним.

Общим признаком всех областей использования КПЭ является возбуждение необходимого процесса в веществе, что реализуется определенным выбором интенсивности и времени облучения, а также видом КПЭ и подбором оптимальных амплитудно-временных параметров импульса. Современные системы генерации КПЭ позволяют получать потоки в широком диапазоне интенсивности воздействия $W=10^5...10^{13}$ Вт/см^2. При длительности импульса $10^{-8}...10^{-6}$ с материал может испытывать воздействие с флюенсом $10^{-1}...10^3$ Дж/см^2/на импульс. Такой широкий диапазон энергетического воздействия КПЭ определяет возможность генерации в объеме мишени большого числа разнородных физических явлений и, как следствие, многообразие результирующих эффектов, возникающих как при протекании отдельных процессов, так и при суперпозиции их совокупности.

Используя в качестве критерия возникновение фазовых превращений в объеме мишени при воздействии КПЭ, можно условно выделить три поддиапазона плотности мощности импульсного потока:

1. Для систем ионной имплантации и прямого нанесения на поверхность наноразмерных пленок ионным пучком используются низкоэнергетические пучки (до десятков кэВ) и соответствующими плотностями тока, обеспечивающими плотность мощности до 10^6 Вт/см^2 [1]. Выделившейся энергии, недостаточно для развития фазовых превращений, а модифицирующий эффект обусловлен формированием дефектной структуры в приповерхностной области, не превышающей глубины проникновения ионов (десятки нм).
2. Используемые в экспериментах по инерциальному термоядерному синтезу КПЭ предельно высоких плотностей мощности (более 10^{11} Вт/см^2) при взаимодействии с веществом вызывают объемную сублимацию материала мишени. Рассмотрение динамики поведения мишени проводится в газовых и плазменных приближениях [2].
3. При рассмотрении КПЭ промежуточных плотностей мощности $10^7...10^{10}$ Вт/см^2 в области энерговыделения и прилегающих к ней слоях мишени возможно формирование локальных зон различного фазового состава, в том числе с образованием слоев бинарных состояний "жидкость-твердое тело" и "жидкость-пар".

Наиболее многопараметрической в диапазоне промежуточных плотностей мощности является система "КПЭ-металл". На рис. 1 представлено характерное распределение зон различного фазового состава в приповерхностной области металлической мишени на момент окончания импульса ионного тока (10^{-7} с) и флюенсом около 30 Дж/см^2. Несмотря на относи-

тельно малые геометрические размеры зон фазовых превращений, эти процессы оказывают существенное влияние, как на динамику формирования и разлета албяционного факела, так и на генерацию и эволюцию импульса механических возмущений, распространяющегося вглубь мишени. Последний может иметь сложную структуру (являться комбинацией упругих пластических и ударных волн) и определять модификацию свойств материала мишени далеко за пределами области теплового воздействия КПЭ (так называемый эффект дальнодействия [2]).

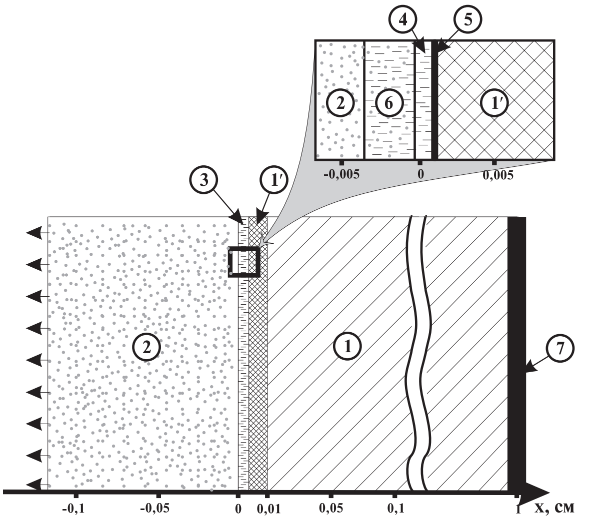


Рис. 1. *Распределение зон различного фазового состава. Области: 1) твердотельная; 1') твердотельная, подверженная пластическим деформациям; 2) газоплазменного облака, расширяющегося с облучаемой поверхности; 3) переходных состояний; 4) расплава; 5) бинарного состояния "жидкость-твердое тело"; 6) бинарного состояния "жидкость-пар"; 7) возможной модификации на тыльной поверхности при отражении импульса механической нагрузки*

Динамика процессов возбуждаемых КПЭ промежуточных плотностей мощности в настоящее время является наименее исследованной. Изучение всей совокупности явлений, сопровождающих такое воздействие, представляет собой актуальную задачу не только технологического, но и фундаментального значения. Применение методов механики сплошной среды позволяет рассмотреть поведение всей системы "КПЭ-металл" в целом. При этом, важное значение приобретает описание параметров состояния в широком диапазоне фазовой диаграммы. Выбор корректного широкодиапазонного уравнения состояния, является необходимым для замыкания системы уравнений Навье-Стокса. Кроме того, для формирования законченной модели упруго-пластической среды необходимо рассмотрение полного напряженно-деформированного состояния металла, его зарядового состояния и детализации описания термодинамических параметров на границах раздела сред и фаз.

Напряженно-деформированное состояние металла

Описание динамики сплошной среды подразумевает формулирование законов сохранения с учетом пространственно неоднородного поля механических напряжений, образованного интенсивным подводом энергии и деформацией вещества возникающей при движении среды. В каждой точке сплошной среды напряженное состояние характеризуется симметричным тензором напряжений, который можно разделить на две составляющие: шаровую часть и девиатор тензора напряжений

$$T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} \sigma_x + p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y + p & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z + p \end{vmatrix} = T_H^0 + D_H ,$$

где σ_x, σ_y, σ_z – нормальные, $\tau_{xy}=\tau_{yx}$, $\tau_{xz}=\tau_{zx}$, $\tau_{yz}=\tau_{zy}$ – касательные напряжения.

Шаровая часть тензора описывает гидростатическое давление p, которое изотропно. Девиатор тензора напряжений характеризует анизотропию напряженно деформированного состояния в области упругих деформаций, связанных с составляющими тензора напряжений законом Гука.

При $W<10^6$ Вт/см^2 изменение давления в области термализации пучка мало по сравнению с возникающими термическими напряжениями. В пренебрежении гидростатическим давлением система уравнений Навье-Стокса преобразуется в волновое уравнение. При $W>10^{11}$ Вт/см^2 прочностные свойства металла не являются определяющими, пренебрегая девиатором тензора напряжений переходим к газодинамическому описанию динамики параметров мишени. В промежуточном диапазоне плотностей мощности необходимо учитывать обе составляющие тензора напряжений. При этом необходимо описать переход металла из упругого в пластическое состояние, например по условию текучести Мизеса ($S_1^2+S_2^2+S_3^2\leq(2/3)\sigma_T^2$, здесь S_i – главные компоненты девиатора тензора напряжений; σ_T – динамический предел текучести). Это позволит получить правильную интерпретацию свойств упругопластической среды вблизи состояния текучести, а именно получить разрыв первой производной в критической точке на адиабатах Пуассона и Гюгонио.

При описании термодинамических функций в широком диапазоне фазовой диаграммы, необходимо учитывать наличие сил межатомного взаимодействия и их преодоление при расширении вещества, что в значительной степени определяет закономерности фазовых превращений. Соответственно давление разделим на две части: упругую составляющую p_s, связанную исключительно с межатомным взаимодействием, зависящим от расстояния между атомами; тепловую составляющую p_T. В свою очередь тепловую составляющую будем разделять на слагаемые, соответствующие тепловому движению ионов p_i и тепловому возбуждению электронов p_e [3],

$$p(\rho,T)=p_S(\rho)+p_T(\rho,T)=p_S(\rho)+p_i(\rho,T)+p_e(\rho,T),$$
$$\varepsilon(\rho,T)=\varepsilon_s(\rho)+\varepsilon_T(\rho,T)=\varepsilon_s(\rho)+\varepsilon_i(\rho,T)+\varepsilon_e(\rho,T).$$

Функциональные зависимости составляющих давления и соответствующих составляющих внутренней энергии от плотности и температуры определяются уравнением состояния, выбор которого будет определяться следующими критериями: применимость для различных металлов и сплавов; использование только известных величин; минимум числа подгоночных параметров; термодинамическая совместимость величин p и ε.

Уравнение состояния металла

Ионные составляющие давления и удельной внутренней энергии определяются тепловым движением ионов, которое является классическим. В различных агрегатных состояниях связь внутренней энергии с температурой определяется числом степеней свободы ионов, соответственно для:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{твердого тела} & \varepsilon_i=3n_ikT\\ \text{идеального газа} & \varepsilon_i=(3/2)n_ikT\end{array}\right\}\ p_i=\rho^2\left(\frac{\partial\varepsilon_i}{\partial\rho}\right)_S,$$

где $n_i=N_a/M$ – концентрация ионов. Для выделения диапазона переходного состояния от твердого тела к идеальному газу использовался параметр $\chi=(T_m/T)^{1/3}$, где T_m – температура Линдемана [4, 5]. В интервале $10^{-4}\le\chi\le1$ обеспечивалась гладкая сшивка $\varepsilon_i(\rho,T)$ с сохранением непрерывности первой и второй производной на границах диапазона.

Тепловое возбуждение электронов. Разделив тепловые компоненты давления и внутренней энергии на ионную и электронную составляющие, мы предположили, что металл представляет собой свободный электронный газ, целиком заполняющий непрерывное пространство атомных ячеек, в центрах которых находятся ионы. При этом термодинамические функции аддитивны, а соответственно, электронный газ рассматривается независимо от ионной компоненты.

При T=0 К электронный газ полностью вырожден. Электроны занимают самые низкие энергетические состояния, а их кинетическая энергия не превышает граничной энергии Ферми ε_F. Однако, эта кинетическая энергия включена в упругую энергию вещества, которая не имеет отношения к тепловой энергии [3]. При повышении температуры электроны частично переходят в более высокие энергетические состояния, что приводит к росту тепловой энергии электронного газа. В пределе высоких температур электроны перестают подчиняться статистике Ферми-Дирака, а электронный газ становиться идеальным. Следуя авторам работы [4], введем параметр

$$Y(n_e,T)=\frac{3n_ekT}{2\varepsilon_F(n_e)},$$

где $n_e(\rho,T)=Z_m(\rho,T)n_i(\rho)$ – концентрация электронов, Z_m – средняя степень ионизации (количество электронов, приходящихся на одну атомную ячейку). Асимптотики параметра Y определяют предельные состояния электронного газа. Кроме того, важные термодинамические величины, такие как удельные свободная и внутренняя энергия могут быть выражены как функции только от n_e и Y

$$F_e=-\frac{\varepsilon_F(n_e)}{\rho}\Theta(Y),\ \varepsilon_e=-\frac{\varepsilon_F(n_e)}{\rho}\Psi(Y),$$

где $\Theta(Y)=\frac{2}{3}Y\left[\alpha+\frac{2}{3}\frac{F_{3/2}(\alpha)}{F_{1/2}(\alpha)}\right];\ \Psi(Y)=\frac{2}{3}Y\frac{F_{3/2}(\alpha)}{F_{1/2}(\alpha)};\ \alpha=-\frac{\mu}{kT};$

μ – химический потенциал электронного газа; $F_x(\alpha)$ – интегралы Ферми-Дирака. Параметр α неявно зависит от Y через уравнение

$$\left(\frac{2}{5}Y\right)^{3/2}F_{1/2}(\alpha)=\frac{2}{3}.$$

Асимптотика $Y\to\infty$ (идеальный газ) дает $\Psi(Y)\sim\Theta(Y)\sim Y$, при $Y\to0$ получим $\Psi(Y)\sim-\Theta(Y)\sim1$. В последнем случае для полностью вырожденного электронного газа $F_e\to\varepsilon_s(\rho)$, тогда для свободной энергии электронного газа окончательно получаем

$$F_e=\varepsilon_S(\rho)-\frac{\varepsilon_F(n_e)}{\rho}[\Theta(Y)+1].$$

Электронное давление и удельную тепловую энергию находим по свободной энергии из известных термодинамических соотношений

$$\varepsilon_e=F_e-T\left(\frac{\partial F_e}{\partial T}\right)_\rho,\ p_e=\rho^2\left(\frac{\partial F_e}{\partial\rho}\right)_T.$$

Упругие составляющие давления и удельной внутренней энергии зависят только от плотности и равны полному давлению и удельной внутренней энергии при абсолютном нуле температуры. В этом случае равновесное состояние твердого тела характеризуется взаимной компенсацией межатомных сил притяжения и отталкивания, а соответственно минимуму потенциальной упругой энергии, который можно принять за начало отсчета ε_s=0 при этом плотность вещества ρ_0, p=0, T=0.

При расширении вещества преобладают силы притяжения. Силы взаимодействия быстро убывают при увеличении расстояния между атомами, поэтому потенциальная энергия (упругая составляющая) возрастая, асимптотически стремится к постоянному значению равному энергии сублимации. При сжатии вещества преобладающую роль играют силы отталкивания, которые резко возрастают по мере сближения атомов, соответственно, ε_s быстро увеличивается. Упругая составляющая давления связана с упругой составляющей энергии соотношением

$$p_s=\rho^2\frac{\partial\varepsilon_s}{\partial\rho}.$$

В литературе, например [4–7], рассмотрены различные методики расчета упругих компонент. При выборе таковой значимым является адекватное описание параметров состояния вблизи тройной точки. Именно в ее окрестности происходит разрыв межатомных связей, тепловая и упругая

составляющие давления (последняя отрицательна) примерно на порядок превышают результирующее. Для описания параметров состояния, использованного нами, приемлемые результаты в области тройной точки дает интерполяционная зависимость, предложенная в [7]

$$\varepsilon_S(\rho)=\begin{cases}\dfrac{B_0}{\rho_0}\dfrac{3}{\alpha-4}\left[\dfrac{3}{\alpha}e^{\alpha(1-x^{1/3})}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{\alpha-3}{\alpha}\right]\\[2mm] \dfrac{B_0}{\rho_0}\dfrac{9}{2\mu^2}\left[e^{\mu(1-x^{1/3})}-1\right]^2\end{cases},$$

где $x=\rho_0/\rho$; α, μ – параметры формулы; B_0 – модуль объемной адиабатической сжимаемости.

Ионизационный состав вещества в широком диапазоне фазовой диаграммы необходим для расчета концентрации электронов не только при определении электронных составляющих термодинамических функций, но и при описании процесса релаксации энергии КПЭ во внутреннюю энергию среды. В металле даже при T=0 всегда присутствует некоторое количество свободных электронов. Во многих случаях для расчетов свойств разряженной многократно ионизованной плазмы хорошим приближением является модель "среднего иона" [3]. В [8] модель "среднего иона" обобщена на случай больших плотностей и температур, в том числе для твердого тела. С учетом холодной ионизации вещества уравнение ионизации имеет вид

$$\mu_{eF}(Z_m/V,T)+I(Z_m)=b(Z/V)^{\beta}(1+\mu T^2V^{\sigma})^{-1},$$

где $\mu_{eF}(Z_m/V,T)$ – химический потенциал идеального газа Ферми; V – объем атомной ячейки; $I(Z_m)$ – сглаженная интерполяция дискретных потенциалов ионизации; b, β, μ, σ – подгоночные параметры.

При расчетах электронных компонент термодинамических функций по ионизационному составу, полученному по данной методике, как и в [8], получено существенное расхождение в значении давления в окрестности тройной точки. Это обусловлено тем, что влияние ионизации давлением учитывается дважды, один раз при определении электронных составляющих давления и внутренней энергии в концентрации электронов и второй раз косвенно при определении упругих составляющих. Поэтому для расчета параметров состояния использовалось эмпирическое соотношение, предложенное в [4]

$$Z_m=Z\left[1+\frac{T_0}{T}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0{,}05}\right]^{-1},$$

где T_0=4,3Z, эВ; ρ_0=A/10, г/см^3; A,Z – массовое число и заряд ядра атома соответственно. При определении параметров локальной области энерговыделения ионизационный состав определялся по обобщенной модели "среднего иона".

Сравнение и обсуждение результатов расчета

Результаты расчетов термодинамических параметров по предложенной модели сравнивались с расчетными и экспериментальными данными, представленными в [4–11] в различных диапазонах плотности и температуры для различных металлов. На рис. 2 сопоставлены результаты расчетов изотерм меди, а также кривой плавления и линии равновесия жидкость пар с аналогичными данными из [9]. Кроме того, указаны экспериментальные параметры критической точки из обзора [11].

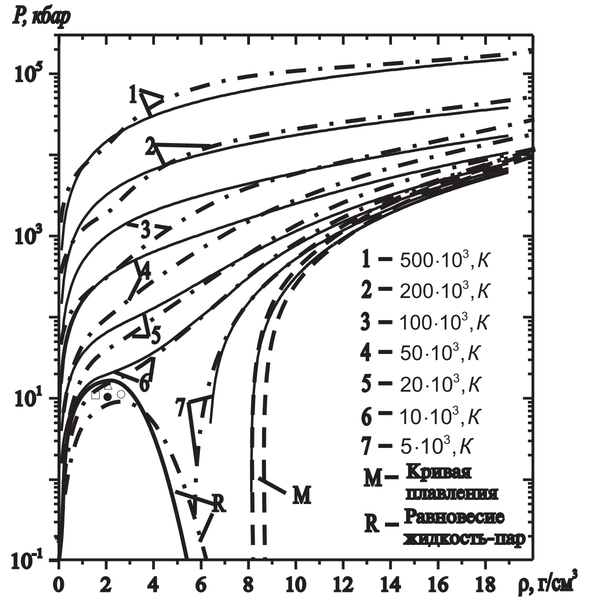


Рис. 2. *Фазовая (P–ρ) диаграмма меди. Сплошные линии — предложенная модель; пунктир — данные из [9]*

При исследовании закономерностей процессов сопровождающих воздействие импульсных КПЭ на металлы, значительный интерес представляет корректное описании поведения вещества при переходах через "критические" состояния. В частности, переход металла из упругого в пластическое состояние, формирование внутренних границ областей фазовых переходов. На рис. 3 и 4 представлены результаты расчетов динамики параметров алюминиевой мишени, полученные в рамках лагранжевой модели, реализующей схему Уилкинса [12], с детализацией начальных и граничных условий [13] и предложенным в настоящей работе описанием параметров состояния.

Рис. 3 иллюстрирует протекание ударно-волновых процессов в металле (алюминий). Рассмотрена модельная задача прохождения ударной волны (УВ) в упругопластической среде и ее отражение от свободной границы. Закономерности этих процессов известны [3]. При прохождении по объему металла УВ с интенсивностью, превышающей предел текучести, наблюдается расщепление упругой и пластической волн, обусловленное разрывом первой производной на адиабате Гюгонио в точке текучести и соответствующим изменением скорости звука. Выход УВ на свободную границу сопровождается разгрузкой вещества до нулевого давления и удвоением скорости вещества за фронтом отраженной волны.

При моделировании прохождения произвольной УВ (рис. 3, *а*) по объему металла наблюдается

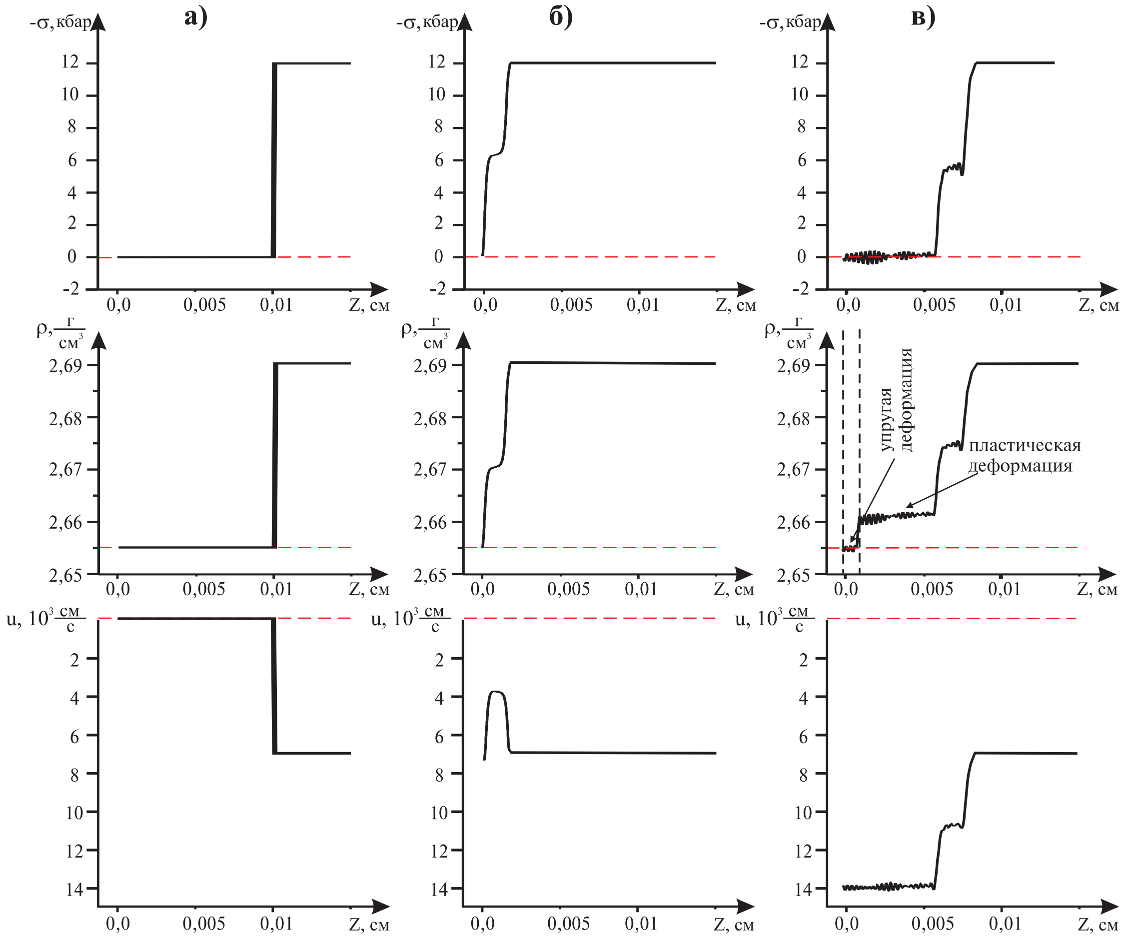


Рис. 3. *Результаты моделирования выхода ударной волны на свободную границу в алюминии. Поля: σ — полного напряжения; ρ — плотности; u — скорости*

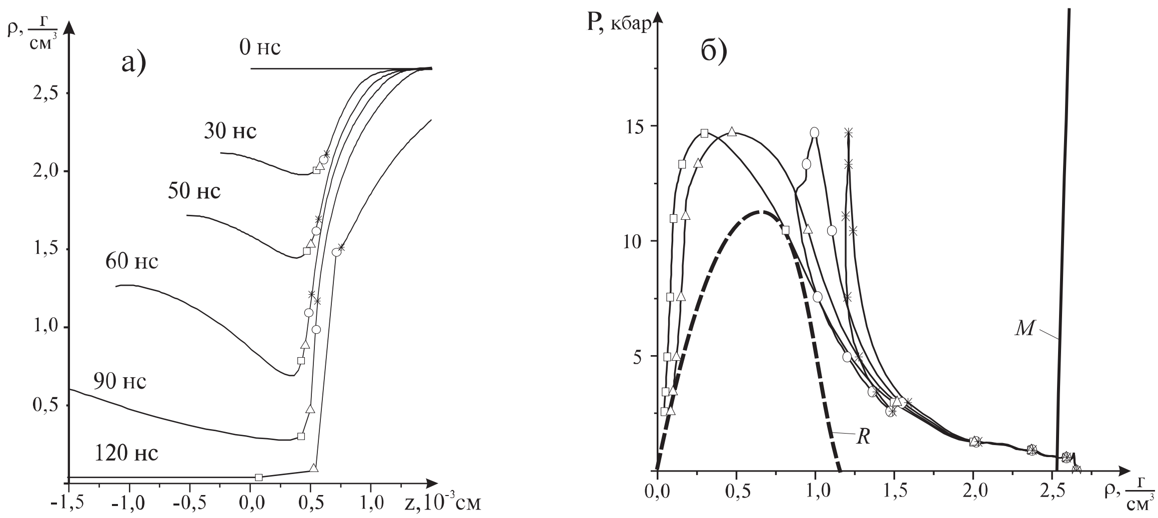


Рис. 4. *Формирование внутренней границы раздела фаз при воздействии на алюминиевую мишень мощного ионного пучка: а) динамика поля плотности в области термализации протонного пучка; б) фазовые траектории лагранжевых ячеек, расположенных на границе парогазовой и конденсированной фаз (M — кривая плавления, R — бинодаль)*

*Примечание: символами ○, △, □, * обозначены: а) положения лагранжевых ячеек и б) их фазовое состояние в различные моменты времени*

ожидаемая комбинация упругой и пластической волн (рис. 3, *б*), при выходе которых на свободную границу впервые получен следующий результат. Сначала свободной границы достигает упругая волна, которая после отражения распространяясь вглубь мишени, встречается с пластической. Су-

перпозиция встречных пластической и отраженной упругой волн определяет формирование в пограничной области слоя вещества не подверженного пластической деформации (рис. 3, *в*). На рис. 3 показано полное давление, равное сумме гидростатического давления и осевого компонента девиатора тензора напряжений, и, соответственно, равное полному напряжению, взятому с обратным знаком. Полное давление равно нулю за фронтом отраженной пластической волны, а значение скорости соответствует правилу удвоения. Необходимо отметить, что в распределении плотности вещества за фронтом отраженных волн, наблюдается однозначное разделение областей упругой и пластической деформации. В области пластического течения формируется остаточная деформация [6].

Для моделирования процесса испарения металла при мощном энергетическом воздействии особое внимание уделяется вопросу о границах раздела фаз. Например, в [5], в качестве такой границы выбрана бинодаль и предложены специальные граничные условия для определения значений удельного объема (плотности) и равновесного давления. На рис. 4, *а* представлена динамика поля плотности в области локального энерговыделения, обусловленного термализацией мощного протонного пучка (амплитудно-временные параметры пучка соответствуют [14], при U_{max}=660 кэВ, j_{max}=1,5 кА/см^2, τ=120 нс) в алюминиевой мишени. К моменту окончания импульса ионного тока на глубине порядка 6 мкм формируется локальная граница между парогазовой и конденсированной фазами, характеризуемая разрывом в функции $\rho(z)$. На рис. 4, *б*, на фазовой диаграмме представлены траектории соседних лагранжевых ячеек, расположенных в окрестности разрыва. Видно, что область бинодали является внутренней границей, образовавшейся при разрыве межатомных связей на фазовом переходе жидкость-пар. Конденсированное вещество в окрестности новой границы начинает двигаться вглубь мишени и испытывает разгрузку. Оторвавшееся парогазовое облако испытывает адиабатическое расширение, подчиняющееся законам газовой динамики.

Заключение

Предложенная модель адекватно и термодинамически полно описывает параметры состояния металла в широкой области фазовой диаграммы. Приведенное сравнение результатов показывает приемлемую точность расчетов для задач моделирования динамики сплошной среды. Корректное описание напряженно-деформированного состояния позволило получить новые результаты. В частности, при рассмотрении задачи о выходе последовательности упругой и пластической волн на свободную границу обнаружено формирование в пограничном слое области вещества, не подверженной пластической деформации. Использование модели в расчетах динамики системы "КПЭ-металл" дает возможность описания процессов фазовых превращений, в том числе однозначного определения границ областей различного фазового состава. Последнее не требует постановки специальных условий на внутренних границах раздела фаз и является свойством разработанной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойко В.И., Скворцов В.А., Фортов В.Е., Шаманин И.В. Взаимодействие импульсных пучков заряженных частиц с веществом. — М.: Физматлит, 2003. — 288 с.
2. Бойко В.И., Валяев А.Н., Погребняк А.Д. Модификация металлических материалов импульсными мощными пучками частиц // Успехи физических наук. — 1999. — Т. 169. — № 11. — С. 1243—1271.
3. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1968. — 686 с.
4. Atzeni S., Caruso A., Pais V.A. Model equation-of-state for any material in conditions relevant to ICF and to stellar interiors // Laser and Particle Beams. — 1986. — V. 4. — Parts 3&4. — P. 393—403.
5. Бурцев В.А., Калинин Н.В., Лучинский А.В. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 289 с.
6. Кянель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е. Ударноволновые явления в конденсированных средах. — М.: Янус-К, 1996. — 408 с.
7. Жуков А.В. Интерполяционное широкодиапазонное уравнение состояния металлов в переменных: давление, плотность, энергия / В кн.: Механика деформируемого твердого тела. — Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987. — С. 70—79.
8. Баско М.М. Уравнение состояния металлов в приближении среднего иона // Теплофизика высоких температур. — 1985. — Т. 23. — № 3. — С. 483—491.
9. Альтшулер Л.В., Бушман А.В., Фортов В.Е. и др. Изэнтропы разгрузки и уравнение состояния металлов при высоких плотностях энергии // ЖЭТФ. — 1980. — Т. 78. — № 2. — С. 741—760.
10. Замышляев Б.В., Ступицкий Е.Л., Гузь А.Г., Жуков В.Н. Состав и термодинамические функции плазмы: Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 144 с.
11. Басин А.С. Основные параметры критической точки металлов с плотноупакованной кристаллической структурой // Химия и компьютерное моделирование. Бутлеровские сообщения. — 2002. — Приложение к выпуску № 10. — С. 103—108.
12. Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений / В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1964. — С. 212—263.
13. Бойко В.И., Данейкин Ю.В., Юшицин К.В. Численное описание процессов генерации волнового возмущения, обусловленного воздействием на металлическую мишень импульсного энергетического потока // Вопросы атомной науки и техники, серия "Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение". — 2003. — № 3. — С. 133—137.
14. Бойко В.И., Быстрицкий В.М., Волков С.Н. и др. Генерация и фокусировка мощного ионного пучка в магнитоизолированном диоде // Физика плазмы. — 1989. — Т. 15. — Вып. 11. — С. 1337—1341.